Broj Pi i Fibonačijevi brojevi

Vrsta: Seminarski | Broj strana: 8 | Nivo: Matematički Fakultet

БРОЈ π И ФИБОНАЧИЈЕВИ БРОЈЕВИ Леонардо Фибоначи (богати италијански трговац), упознао је у XIII веку Европу са радовима Идијско – Арапских математичара (а тиме посредно и кинеских). Написао је књигу о рачунању у децималном систему (“ књига о абаку ”) у којој је разматрао и ред који је по њему добио име, Фибоначијев ред, а чији су чланови 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 …
односно F(1) = 1 F(2) = 1 F(3) = 2 F(4) = 3 F(5) = 5 F(6) = 8 F(7) = 13 F(8) = 21
итд. Као што се види, његови чланови имају свјство да је, осим прва два, сваки од њих једнак збиру претходна два члана: F(n) = F (n – 1) + F(n –2) Фибоначијев низ је најједноставнија врста рекурзионог низа. Количник два узастопна члана Фибоначијевог низа када природни број n тежи бесконачности даје вредност фундаменталног броја златног пресека
F (n) = PHI = 1,6180339 F (n − 1)

Истражићемо везу између чланова Фибоначијевог низа и фундаменталног броја π. Да би смо то урадили искористићемо познату тригонометријску чињеницу да је tg π / 4 = односно arctg 1 = π / 4
Полазећи од познате формуле за tanges збира 2 угла 1
tg (α + β) =
tg α + tg β 1 − tg α · tg β
извешћемо релацију за збир arcus tanges – a. Нека је
α + β = arctg (1 / x) α = arctg (1 / x + 1) β = arctgt
Заменом ових израза у горњу формулу за tanges збира, добијамо
1 +t 1 x +1 = x 1− t x +1

Израчунавамо t као t = 1/ (x 2 + x +1) односно долазимо до важне формуле
1 1 1) + arctg (2) actg ( ) = arctg (x x +1 x + x +1
Сада ћемо се вратити проблему коришћења Фибоначијевих бројева и израчунавању броја π. Узимајући за вредност x - a редом 1, 3, 4 имамо
arctg1 = arctg
Заменом добијамо
1 1 + arctg 2 3
1 1 1 = arctg + arctg 3 4 13 1 1 1 arctg = arctg + arctg 4 5 21 arctg
тј.
1 1 1 1 arctg1 = arc + arctg arctg + arctg 2 5 13 21
π = 4 * (arctg
1 1 1 1 + arctg + arctg + arctg) 2 5 13 21

односно долазимо до везе између броја π и неких Фибоначијевих бројева